2°) pour $n=0$ $\quad -1 \leqslant u_0 = 0 \leqslant 3$ (Vraie)

Soit $n \in \mathbb{N}$. Supposons que $-1 \leqslant u_n \leqslant 3$

et montrons que $-1 \leqslant u_{n+1} \leqslant 3$.

On a $-1 \leqslant u_n \leqslant 3$ $\quad (u_{n+1} = f(u_n))$

or f est croissante sur $[-1,3]$

Donc $f(-1) \leqslant f(u_n) \leqslant f(3)$

$\Rightarrow -1 \leqslant u_{n+1} \leqslant \frac{1}{2}\sqrt{28} - 2 \simeq 0,64 < 3$

Conclusion: $\boxed{\forall n \in \mathbb{N} \quad 1 \leqslant u_n \leqslant 3}$

3) a) $v_{n+1} = (u_{n+1}+2)^2 - 1$

$= (f(u_n)+2)^2 - 1$

$= \left(\frac{1}{2}\sqrt{(u_n+2)^2+3} - 2 + 2\right)^2 - 1$

$= \frac{1}{4}\left((u_n+2)^2+3\right) - 1$

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn